

わかる！解ける！

数学 トレーニング

Stage 1

2 次方程式

◆2 次方程式の解き方(1)

移項して整理すると、 $(x$ の2次式) $= 0$ の形に変形できる方程式を、 x についての**2 次方程式**といいます。

2 次方程式を成り立たせる文字の値を、その2 次方程式の**解**といい、その解をすべて求めることを、その2 次方程式を**解く**といいます。

2 次方程式の解き方には、**因数分解**や**平方根**の考え、**解の公式**を用いる方法があります。

■ x についての2 次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0$$

(a は0でない定数、 b 、 c は定数)

$$\frac{ax^2 + bx + c = 0}{|}$$

x の2次式

■ 因数分解による2 次方程式の解き方

2つの数や式を A 、 B とするととき、

$$AB = 0 \quad \text{ならば} \quad A = 0 \quad \text{または} \quad B = 0$$

この考え方を用いて2 次方程式を解くことができる。

2 次方程式の左辺を因数分解し、 $AB = 0$ の形にする。

■ 因数分解の公式

$$\cdot x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$\cdot x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$\cdot x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$$

$$\cdot x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

例題

方程式 $(x - 2)(x + 3) = 0$ を解け。

<解説>

$AB = 0$ ならば $A = 0$ または $B = 0$ を用いる。

$$(x - 2)(x + 3) = 0 \quad \text{ならば}$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{または} \quad x + 3 = 0$$

したがって、

$$x = 2、x = -3$$

答え $x = 2、x = -3$

例題

方程式 $x^2 - 7x + 12 = 0$ を解け。

<解説>

左辺を因数分解し、 $AB = 0$ ならば $A = 0$ または $B = 0$ を用いる。

$$\begin{aligned}x^2 - 7x + 12 &= 0 \\(x - 3)(x - 4) &= 0 \\x - 3 = 0 \text{ または } x - 4 &= 0 \\したがって、 \\x = 3、x = 4\end{aligned}$$

答え $x = 3、x = 4$

練習問題

□ 次の方程式を解け。

- (1) $(x + 5)(x - 1) = 0$
- (2) $x(x + 9) = 0$
- (3) $(x - 3)^2 = 0$
- (4) $x^2 + 5x - 14 = 0$
- (5) $x^2 - 11x + 30 = 0$
- (6) $x^2 + 7x = 0$
- (7) $x^2 - 36 = 0$
- (8) $x^2 + 16x + 64 = 0$
- (9) $x^2 - 24x + 144 = 0$

図形の性質

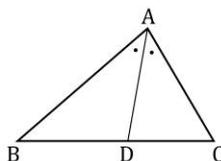
◆三角形の性質(1)

三角形の角や辺、二等分線、**重心**、**外心**、**内心**、**垂心**などの性質を理解することで、図形の特徴や角、辺の長さなどを調べることができます。

■ 三角形の角の二等分線と比

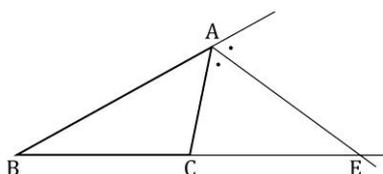
$\triangle ABC$ の辺 BC 上の点 D について、線分 AD が $\angle A$ の二等分線るとき、次の関係が成り立つ。

$$AB:AC = BD:DC$$



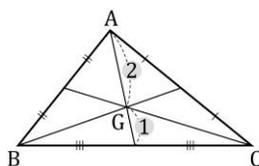
$\triangle ABC$ の辺 BC の延長上の点 E について、線分 AE が $\angle A$ の外角の二等分線るとき、次の関係が成り立つ。

$$AB:AC = BE:EC$$



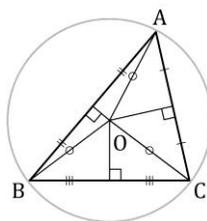
■ 三角形の重心

三角形の頂点とその対辺の中点を結ぶ線分を中線という。三角形の3本の中線は1点(重心)で交わり、各中線は重心でそれぞれ2:1に内分される。



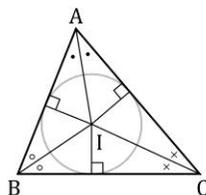
■ 三角形の外心

三角形の3辺の垂直二等分線は1点(外心)で交わる。外心は外接円の中心になる。



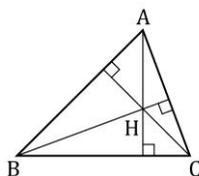
■ 三角形の内心

三角形の3つの内角の二等分線は1点(内心)で交わる。内心は内接円の中心になる。



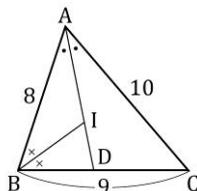
■ 三角形の垂心

三角形の3頂点から対辺またはその延長に下ろした垂線は、1点(垂心)で交わる。



例題

右の図の△ABCにおいて、∠Aの二等分線と対辺BCの交点をD、∠Bの二等分線と線分ADの交点をIとすると、AI:IDを求めよ。



<解説>

内角の二等分線と比の関係を使って考える。

△ABCにおいて、ADは∠Aの二等分線であるから、

$$\begin{aligned} BD:DC &= AB:AC \\ &= 8:10 = 4:5 \end{aligned}$$

$$\text{よって、} BD = \frac{4}{9}BC = 4$$

△BDAにおいて、BIは∠Bの二等分線であるから、

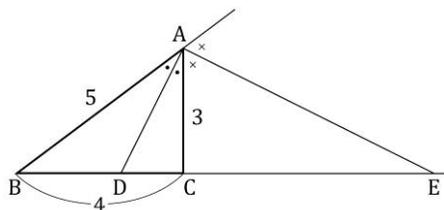
$$\begin{aligned} AI:ID &= BA:BD \\ &= 8:4 = 2:1 \end{aligned}$$

答え 2:1

練習問題

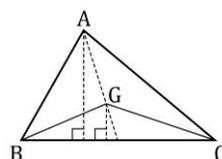
□ △ABCにおいて、∠Aの二等分線と辺BCの交点をD、∠Aの外角の二等分線と辺BCの延長との交点をEとする。次の長さを求めよ。

- (1) BD
- (2) CE



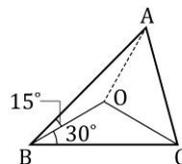
□ △ABCの面積が36であるとする。この三角形の重心をGとする。

- (3) △GBCの面積を求めよ。



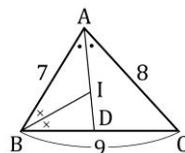
□ △ABCの外心Oに対し、∠ABO = 15°、∠CBO = 30°とする。

- (4) ∠Aの大きさを求めよ。



□ △ABCの内心をI、AIと辺BCの交点をDとする。

- (5) AI:IDを求めよ。



noa
NOA PUBLISHING FIRM.

